

4. Uvod u diferencijalne jednadžbe - 5. dio

1. Odrediti opće rješenje diferencijalne jednadžbe
$$y''' + 3y'' + 3y' + y = 0,$$
 te partikularno rješenje uz početne uvjete $y(0) = 1, y'(0) = 2,$ i $y''(0) = 3.$
2. Odrediti opće rješenje diferencijalne jednadžbe
$$y^{(4)} - 81y = 27e^{-3x}.$$
3. Odrediti opće rješenje diferencijalne jednadžbe
$$y'' - 2y' = e^{2x} + 5.$$
4. Odrediti opće rješenje diferencijalne jednadžbe
$$y'' - 4y' + 4y = \sin(2x) + e^{2x}.$$
5. Odrediti opće rješenje diferencijalne jednadžbe
$$y'' + y = \frac{1}{\sin x},$$
 te provjeriti linearu nezavisnost partikularnih rješenja.
6. Odrediti opće rješenje diferencijalne jednadžbe
$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}.$$
7. Metodom varijacije konstanti odrediti opće rješenje diferencijalne jednadžbe
$$y'' + 2y' + y = \sqrt{x} \cdot e^{-x}.$$
8. Metodom varijacije konstanti odrediti opće rješenje diferencijalne jednadžbe
$$y''' + y'' = \frac{x-1}{x^2}.$$
9. Metodom varijacije konstanti odrediti opće rješenje diferencijalne jednadžbe
$$y'' + y = \frac{1}{\sin^3 x}.$$
10. Odrediti opće rješenje diferencijalne jednadžbe
$$y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x$$
 metodom varijacije konstanti.

11. Odrediti opće rješenje diferencijalne jednadžbe
 $y'' - 3y' + 2y = e^x(3 - 4x)$ metodom varijacije konstanti te provjeriti linearu nezavisnost partikularnih rješenja.
12. Riješiti sustav diferencijalnih jednadžbi

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= y + 1 \\ \frac{dy}{dt} &= x + 1.\end{aligned}$$

13. Riješiti sustav diferencijalnih jednadžbi

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= y + z \\ \frac{dz}{dx} &= x + y + z.\end{aligned}$$

14. Odrediti ono rješenje sustava diferencijalnih jednadžbi

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} + 3x + y &= 0 \\ \frac{dy}{dt} - x + y &= 0,\end{aligned}$$

koje zadovoljava početne uvjete $x(0) = 1$, $y(0) = 1$.

15. Riješiti sustav diferencijalnih jednadžbi

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 3 - 2y \\ \frac{dy}{dt} &= 2x - 2t.\end{aligned}$$

16. Odrediti ono rješenje sustava diferencijalnih jednadžbi

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dt} &= 3z - y \\ \frac{dz}{dt} &= y + z + e^t,\end{aligned}$$

koje zadovoljava početne uvjete $y(0) = 0$, $z(0) = 0$.

17. Riješiti sustav diferencijalnih jednadžbi

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} + 2y + z &= \sin x \\ \frac{dz}{dx} - 4y - 2z &= \cos x.\end{aligned}$$

18. Populacije ptica i insekata modelirane su jednadžbama

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 0.4x - 0.002xy \\ \frac{dy}{dt} &= -0.2y + 0.000008xy.\end{aligned}$$

- (a) Koja od varijabi x, y predstavlja populaciju ptica,
a koja populaciju insekata?
- (b) Odrediti rješenja ravnoteže i objasniti njihovo značenje?
- (c) Odrediti izraz za $\frac{dy}{dx}$.

19. Populacije biljnih ušiju (eng. aphids) i bubamara (eng. ladybugs) modelirane su jednadžbama

$$\begin{aligned}\frac{dA}{dt} &= 2A - 0.01AL \\ \frac{dL}{dt} &= -0.5L + 0.0001AL.\end{aligned}$$

- (a) Odrediti rješenja ravnoteže i objasniti njihovo značenje?
- (a) Odrediti izraz za $\frac{dL}{dA}$.