

## ZNAČAJ ANALIZE JEZIKA

Dva računala (programabilna stroja) su ekvivalentna

- ako mogu riješiti isti skup (klasu) problema,
- bez obzira koliko vremena trebalo pojedinačnom računalu.

**Rješenje problema** je preslikavanje problema u rezultat.

Problem i rezultat **su opisani** ulaznim i izlaznim nizovima znakova - riječima

Stoga se rješenje problema može **modelirati**

- ispitivanjem da li riječ koja opisuje problem pripada skupu riječi - jeziku L (Language).

Postavlja se pitanje:

- kako prepoznati pripadnost riječi jeziku L

Koristimo strojeve:

- automate određenih sposobnosti (vrste) za konkretan skup (vrstu) jezika
- određene strukture za konkretan jezik.

# PROBLEM IZRAČUNLJIVOSTI I KOMPLEKSNOSTI

Vrijeme postizanja rješenja (obrade):

- kako usporediti različite postupke postizanja istih rješenja?

Koristimo jedinicu vremena

- u smislu izvršenja jednog koraka Turingovog stroja (TM)
- pokušavamo izračunati odnos između broja koraka i duljine ulaznog niza znakova
- taj odnos označavamo s  $O(g(n))$ ,  $n$  = duljina ulaznog niza.

Ako postoji rješenje

- pitanje je da li je ostvarivo u stvarnom vremenu
- raspoloživom tehnologijom

Prihvatljivost rješenja ovisi o prognozi vremena izvršenja:

ovisnost	formula	prognoza
beskonačno	$O(\infty)$	nema algoritamskog rješenja
eksponencijalna:	$O(k^n)$	loša
polinomska	$O(n^k)$	dobro
linearna	$O(kn)$	vrlo dobro
logaritamska	$O(\log(n))$	izvrsno

## Vrste strojeva za odlučivanje:

Pitanja glase:

- da li je niz član jezika L (TR, Turing Recognizable)
- da li niz ne pripada jeziku L (co-TR, Complementary Turing Recognizable)

Nekad u konačnom  $O()$  vremenu možemo odgovoriti samo na jedno ili ni na jedno pitanje

Formalno, pitamo da li niz  $x \in L$  je TR i pritom nije co-TR.

TR	co-TR	odluka
0	0	ne postoji
0	1	ne postoji
1	0	ne postoji
1	1	postoji, eksponencijalno

Ukratko, problem kompleksnosti jednostavno rješavamo modelima na bazi Turingovog stroja.

Ponovimo:

Nadskup skupa  $S$ , simbolički  $2^S$ , je skup svih pravih podskupova uključujući prazni skup  $\{\}$  i sam  $S$ . Nadskup ima  $2^S$  članova jer svaki pravi podskup možemo prikazati kodnom riječi pripadnosti članova, npr.  $S_1(\{a,b,c\}) = S_{001}(\{a,b,c\}) = \{a\}$ . "001" je karakteristična sekvenca.

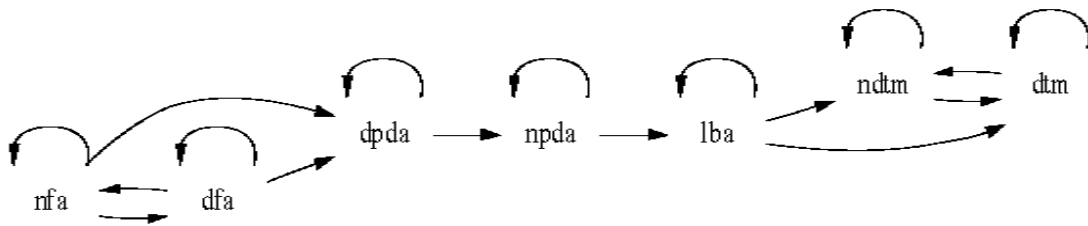
# TAKSONOMIJA AUTOMATA

## (nazivlje i sistematizacija)

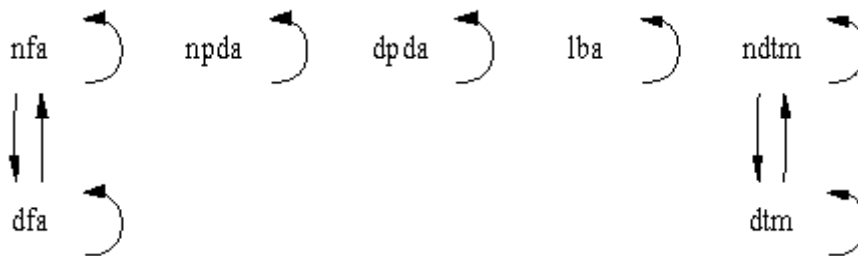
$$MT = \{dfa; nfa; dpda; npda; lba; dtm; ndtm\}$$

- DFA (Deterministic Finite Automata)
- NFA (Non Deterministic Finite Automata)
- DPDA (Deterministic Push Down Automata)
- NPDA (Non Deterministic Push Down Automata)
- LBA (Linear Bounded Automata)
- DTM (Deterministic Turing Machine)
- NDTM (Non Deterministic Turing Machine)

Odnos "snage" raznih vrsta automata



Ekvivalentnost raznih vrsta automata



## JEZICI I AUTOMATI

Jezik  $L$  je skup sekvenci izgrađenih od članova skupa simbola  $\Sigma$ .

Za neki  $\Sigma$  jezika može biti beskonačno, jer karakteristična sekvenca (kodna riječ pripadnosti sekvenci jeziku) može biti beskonačna

Operacije među jezicima

Unija  $L_1 \cup L_2 = \{x \mid x \in L_1 \vee x \in L_2\}$

Presjek  $L_1 \cap L_2 = \{x \mid x \in L_1 \wedge x \in L_2\}$

Razlika  $L_1 \setminus L_2 = \{x \mid x \in L_1 \wedge x \notin L_2\}$

Simetrična razlika  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

Pripajanje  $L_1 \circ L_2 = \{xy \mid x \in L_1 \wedge y \in L_2\}$

Eksponenciranje  $L^n = \{x_1 \dots x_n \mid x_i \in L\}$

Iteracija (Kleene star)  $L^* = \{x \mid \exists k \in \mathbb{N} : x \in L^k\}$

Negacija  $\bar{L} = \{x \mid x \in \Sigma^+ \setminus L\}$ .

## DETERMINIRANI KONAČNI AUTOMATI (DFA)

zadan je petorkom

$$(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

- $Q$ , a *finite nonempty* set of states;
- $\Sigma$ , a *finite nonempty* alphabet;
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ , a *total* transition function;
- $q_0 \in Q$ , an initial state; and
- $F \subseteq Q$ , a *finite, possibly empty* set of final states.

Primjer tablice prijelaza i izlaza (F skup akceptorskih stanja)

	input	
	0	1
state	I	F
I	I	F
*F	I	F

DFA odgovaraju regularni jezici

$$\mathcal{L}(d) = \{x \mid \exists q \in F : (q_0, x) \vdash^* (q, \varepsilon)\}$$

MANE DFA:

1. mana DFA: ne postoji DFA za:

$$L = \{(0^n)^n \mid n \geq 0\}$$

L nije regularan, treba nam PDA!

2. mana DFA: prekomplikiran, koristimo NFA:

RE = regular expression:

RE $r_1r_2$	denotes	$\mathcal{L}(r_1) \circ \mathcal{L}(r_2)$	encoded in grail as	$r_1 r_2$
RE $r_1 + r_2$	denotes	$\mathcal{L}(r_1) \cup \mathcal{L}(r_2)$	encoded in grail as	$r_1+r_2$
RE $r^*$	denotes	$(\mathcal{L}(r))^*$	encoded in grail as	$r^*$
RE $(r)$	denotes	$\mathcal{L}(r)$	encoded in grail as	$(r)$

Za jezik:

$$L_k = \{x0z \mid x \in \{0,1\}^* \text{ and } z \in \{0,1\}^k\}$$

sekvence izražene RE su:

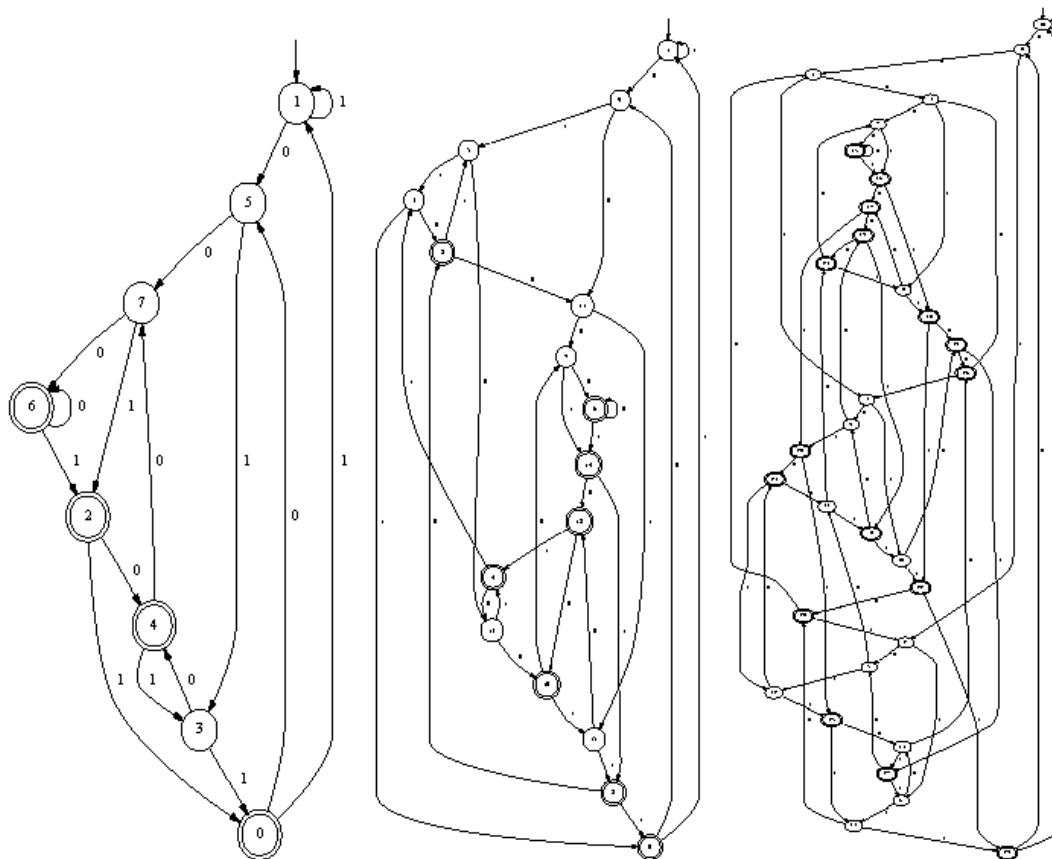
$$k = 0: (0+1)^*0$$

$$k = 1: (0+1)^*0(0+1)$$

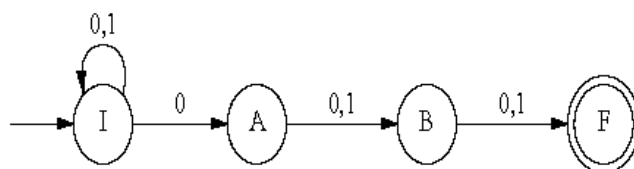
$$k = 2: (0+1)^*0(0+1)(0+1)$$

$$k = 3: (0+1)^*0(0+1)(0+1)(0+1)$$

Automati koji ih prepoznaju za  $k=2,3,4$  su:



NFA za gornji slučaj i  $k=2$  je:





## NEDETERMINIRANI KONAČNI AUTOMATI (DFA)

zadan je petorkom

$$(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

gdje je

$Q$ , a *finite nonempty* set of states;

$\Sigma$ , a *finite nonempty* alphabet;

$\delta : Q \times \Sigma_{\varepsilon} \rightarrow 2^Q$ , a *total* transition function. (Note, however, that the range includes  $\phi$ ; thus, if for some state  $q$ ,  $\delta(q, x) = \phi$ , the move from state  $q$  upon input  $x$  is undefined.)

$q_0 \in Q$ , an initial state; and

$F \subseteq Q$ , a *finite, possibly empty* set of final states.

Primjer:

$$Q = \{I, A, B, F\}$$

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

$$q_0 = I$$

$$F = F$$

$$\delta : \{I, A, B, F\} \times \{0, 1, \varepsilon\} \rightarrow 2^{\{I, A, B, F\}}$$

Input	0	1	e
States			
I	{I, A}	{ I }	{ }
A	{ B }	{ B }	{ }
B	{ F }	{ F }	{ }
F	{ }	{ }	{ }

## PRETVORBA NFA to DFA:

NFA				DFA		
===				===		
Input	0	1	e	Input	0	1
-----				-----		
States				States		
I		{I,A}	{ I }	{ }		{I,A} { I }
A		{ B }	{ B }	{ }		{I,A,B} {I,B}
B		{ F }	{ F }	{ }		{I,A,F} {I,F}
F		{ }	{ }	{ I }		{I,A,B,F} {I,B,F}
				{I,A,B}		{I,A,B,F} {I,B,F}
				{I,A,B,F}		{I,A,B,F} {I,B,F}
				{I,B,F}		{I,A,F} {I,F}
				{I,A,F}		{I,A,B} {I,B}
				{I,F}		{I,A} {I}

## TAKSONOMIJA JEZIKA I STROJEVA:

Machines	Languages	Nature of grammar
DFA/NFA	Regular	Left-linear productions only OR Right-linear productions only
DPDA	Deterministic CFL	Each left-hand side has one non-terminal (the productions are deterministic)
NPDA (or 'PDA')	CFL	Each left-hand side has one non-terminal
LBA	Context Sensitive Languages	Left-hand sides may have length $> 1$ but $ LHS  \leq  RHS $ - ignoring epsilon productions
DTM/NDTM	Recursively Enumerable	General grammars ( $ LHS  \geq  RHS $ allowed)