

LINEARNA ALGEBRA

Podsjetnik za učenje

1. LINEARNI OPERATORI

Ponoviti:

- Definicije:
 - grupe, Abelove grupe, prstena, polja;
 - linearnog (vektorskog) prostora;

Pitanja:

1. Definicija linearnog operatora i njegova osnovna svojstva.
2. Primjeri linearnih operatora:
 - homotetija s koeficijentom λ (nul-operator, jedinični operator);
 - inkluzija, projektor, kvocjentni operator;
3. Zašto je linearni operator dovoljno zadati na bazi?
4. Definicija izomorfizam linearnih prostora i definicija automorfizma.
5. Realacija "biti izomorfan" (\cong).
6. Veza realacije "biti izomorfan" i dimenzije linearnih prostora. Standardni model.

7. Što je rang, a što defekt linearnog operatora?
8. Teorem o rangu i defektu.
9. Skup $\text{Hom}(U, V)$ i njegova algebarska struktura.
10. Skup $\text{Hom}(V)$ i njegova algebarska struktura.
11. Definicija linearnog funkcionala (primjeri).
12. Izomorfizam linearnog prostora i njegovog duala.
13. Prirodni izomorfizam linearnog prostora i njegovog biduala.

2. MATRICE I DETERMINANTE

Ponoviti:

- Definicije: monoida, algebre, simetrične grupe;

Pitanja:

14. Algebarske operacije u linearnom prostoru $\mathcal{M}_{m,n}$ (zbrajanje matrica i množenje matrica sa skalarom).

- 15.** Produkt matrica. Algebra \mathcal{M}_n .
- 16.** Opća linearna grupa $GL(n, F)$.
- 17.** Ortogonalna grupa $O(n, F)$. Struktura ortogonalne matrice.
- 18.** Definicija ranga matrice.
- 19.** Elementarne transformacije nad matricom.
- 20.** Klasa ekvivalencije ekvivalentnih matrica (veza s rangom).
- 21.** Definicija determinante.
- 22.** Osnovna svojstva determinanti.
- 23.** Binet-Cauchyjev teorem.
- 24.** Definicija algebarskog komplementa i način određivanja.
- 25.** Laplaceov razvoj determinante.
- 26.** Veza između regularnosti matrice i njene determinatne.
- 27.** Veza između ranga matrice i njene determinatne.

3. INVARIJANTE LINEARNOG OPERATORA

Pitanja:

28. Koordinatni sustav, slog, matrica. Koordinatizacija prostora. Što je matrica skupa vektora s obzirom na danu bazu?
29. Kako se formira matrica prijelaza iz baze u bazu danog vektorskog prostora?
30. Kako se formira matrica linearnog operatora $l : U \rightarrow V$ u paru baza $(\mathcal{E}, \mathcal{F})$ vektorskih prostora U i V , redom?
31. Matrična reprezentacija slike vektora u paru baza $(\mathcal{E}, \mathcal{F})$ vektorskih prostora U i V , redom.
32. Izomorfizam vektorskih prostora $Hom(U, V)$ i \mathcal{M}_{mn} i izomorfizam algebri $HomV$ i \mathcal{M}_n .
33. Sličnost matrica. Odnos matričnih zapisa istog linearnog operatora.
34. Karakteristična matrica, karakteristični polinom.
35. Hamilton-Cayleyev teorem.
36. Minimalni polinom. Odnos minimalnog i karakterističnog polinoma.

37. Invarijantni potprostor. Reducibilan i potpuno ireducibilan linearan operator i njegov matrični zapis.
38. Svojtvene vrijednosti i svojstveni vektor linearnog operatora.
39. Svojstveni potprostor (geometrijska kratnost). Spektar.
40. Traženje svojstvenih vrijednosti linearnog operatora (teorem).
41. Traženje svojstvenih vektora linearnog operatora.
42. Linearna nezavisnost svojstvenih vektora (teorem).
43. Kriterij za dijagonalizabilnost linearnog operatora (nužnan i dovoljan uvjet).
44. Jordanova forma matrice. Kriterij za određivanje izgleda Jordanove forme matrice nad algebarski zatvorenim poljem.

4. SUSTAVI LINEARNIH JEDNADŽBI

Pitanja:

45. Sustav linearnih jednadžbi i njegov matrični zapis. Što je rješenje sustava?

46. Geometrijska interpretacija sustava linearnih jednađbi.
47. Egzistencija rješenja sustava (Teorem (Kronecker-Cappelli)).
48. Definicija Cramerovog sustava (geometrijska inerpretacija, izgled rješenja).
49. Struktura skupa rješenja homogenog sustava linearnih jednađbi.
50. Struktura skupa rješenja nehomogenog sustava linearnih jednađbi.
51. Ekvivalentni sustavi. Gaussova metoda eliminacije.
52. Svođenje na Cramerovo sustav.
53. Linearne matrične jednađbe.

5.UNITARNI PROSTORI

Pitanja:

54. Definicija unitarnog prostora i njegova osnovna svojstva.
55. Primjeri unitarnih prostora.
56. Definicija norme u unitarnom prostoru i njena osnovna svojstva.

- 57.** Definicija ortogonalnog i ortonormiranog skupa vektora.
- 58.** Veza ortogonalnosti i linearne nezavisnosti skupa vektora.
- 59.** Egzistencija ortonormirane baze unitarnog prostora (Gram-Schmidtov postupak ortogonalizacije).
- 60.** Prikaz vektora, skalarnog produkta i norme u ortonormiranoj bazi.
- 61.** Definicija unitarne matrice.
- 62.** Matrica prijelaza iz ortonormirane baze u ortonormiranu bazu.
- 63.** Nejednakost Cauchy-Schwarz-Bunjakovskog, nejednakost trokuta.
- 64.** Definicija normiranog prostora. Pitagorin poučak.
- 65.** Kut između vektora.
- 66.** Definicija izomorfizma unitarnih prostora. Unitarni operator.
- 67.** Definicija ortogonalnog komplementa skupa. Prikaz unitarnog prostora kao direktne sume potprostora i njegovog ortogonalnog komplementa.
- 68.** Definicija projektora i njegova svojstva.

- 69.** Grammova matrica, Grammova determinanta i veza s linearnom (ne)zavisnošću vektora.
- 70.** Definicija unitarnog (ortogonalnog) operatora. Unitarna (ortogonalna) grupa.
- 71.** Matrični prikaz unitarnog operatora.
- 72.** Svojstvene vrijednosti i svojstveni prostori unitarnog operatora.
- 73.** Najjednostavniji matrični prikaz unitarnog (ortogonalnog) operatora.