

Ime i prezime _____

Z1.	Z2.	Z3.	Z4.	Z5.	Z6.	Σ

ZADACI

Z1. (8+10 bodova)

- a) Riješite kongruenciju $492x \equiv 500 \pmod{892}$. (**Rez:** $x \equiv 166, 389, 612, 835 \pmod{892}$)
 b) Riješite sustav kongruencija

$$x \equiv 3 \pmod{12}, \quad x \equiv 30 \pmod{45}, \quad x \equiv 35 \pmod{40}.$$

(**Rez:** $x \equiv 75 \pmod{360}$)

Z2. (10+11 bodova)

- a) Odredite sve prirodne brojeve n takve da je $\varphi(n) = 56$.
 (**Rez:** $n = 116, 87, 174$)
 b) Koliko ima primitivnih korijena modulo 53? Nađite najmanji primitivni korijen, te pomoću indeksa riješite kongruenciju $15x^6 \equiv 11 \pmod{53}$.
 (**Rez:** $24, 2, x \equiv 26, 27 \pmod{53}$)

Z3. (9+7 bodova)

- a) Odredite sve neparne proste brojeve p takve da je $\left(\frac{-60}{p}\right) = -1$.
 (**Rez:** $p \equiv 7, 11, 13, 14 \pmod{15}$)
 b) Izračunajte $\left(\frac{-60}{377}\right)$ i $\left(\frac{-60}{323}\right)$. Je li -60 kvadratni ostatak modulo 377? Je li -60 kvadratni ostatak modulo 323? Zašto? (**Rez:** 1, 1, NE, DA)

Z4. (9+6 bodova)

- a) Odredite sve reducirane forme s diskriminantom -99 i $h(-99)$;
 (**Rez:** $(1, 1, 25), (3, 3, 9), (5, 1, 5), h(-99) = 2$)
 b) Odredite reduciranu kvadratnu formu ekvivalentnu s $122x^2 + 300xy + 211y^2$.
 (**Rez:** $f(x, y) = 33x^2 + 10xy + 99y^2$)

Z5. (5+6 bodova)

- a) Razvijte u jednostavni verižni razlomak $\frac{146}{177}$; (**Rez:** $[0, 1, 4, 1, 2, 2, 4]$)
 b) Razvijte u jednostavni verižni razlomak $\frac{5+\sqrt{17}}{4}$. (**Rez:** $[2, \overline{3, 1, 1}]$)

Z6. (10+9 bodova)

- a) Nađite najmanje rješenje u prirodnim brojevima Pellovih jednadžbi $x^2 - 95y^2 = 1$ i $x^2 - 95y^2 = -1$ (ako postoje). (**Rez:** $(x, y) = (39, 4)$, nema)
 b) Nađite sve Pitagorine trokute kojima je jedna stranica jednaka 35.
 (**Rez:** $(35, 612, 613), (35, 12, 37), (35, 120, 125), (21, 28, 35), (35, 84, 91)$)